УТВЕРЖДАЮ
первый заместитель начальника
главного управления по образованию
Брестского облисполкома
_____ А.Ф.Жук
«___» _____ 2018 г.

Задания
для проведения II этапа республиканской олимпиады
по учебному предмету «Математика» в 2018/2019 учебном году
10 класс

10-1. Пусть $\begin{cases} 1{,}3 < a < 1{,}5\,, \\ 2{,}1 < b < 2{,}4\,. \end{cases}$

Выясните, в каких промежутках изменяется произведение $(2a - b) \cdot (2a + b)$.

10-2. Окружность проходит через вершину C прямоугольника $ABCD$ и касается его сторон AB и AD в точках M и N соответственно. Найдите площадь прямоугольника, если расстояние от точки C до прямой MN равно x.

10-3. Дана бесконечная арифметическая прогрессия, члены которой – целые положительные числа. Один из них – полный квадрат. Докажите, что прогрессия содержит бесконечно много полных квадратов.

10-4. Докажите, что для всех натуральных n, $n > 1$, число $\sqrt{\underbrace{11\ldots1}_{n}\underbrace{44\ldots4}_{2n}}$ – иррациональное.

10-5. Существует ли функция f, определенная на $(-\infty; +\infty)$ и принимающая значения из $(-\infty; +\infty)$, удовлетворяющая для всех действительных x неравенству

$$f(x^2) - (f(x))^2 \geq \frac{1}{4}$$

и не принимающая никакого значения более чем в одной точке?